

Σφάλμα Πρόβλεψης

Για μια μεταβλητή Y , η απόκλιση της προβλεπόμενης τιμής της \hat{Y}_t από την αντίστοιχη πραγματική τιμή Y_t ονομάζεται σφάλμα πρόβλεψης, συμβολίζεται με e_t και ορίζεται ως: $e_t = Y_t - \hat{Y}_t$

Επομένως για να προσδιορίσουμε την αξιοπιστία μίας μεθόδου πρόβλεψης, θα πρέπει να μελετήσουμε τα σφάλματα πρόβλεψης. Αυτό γίνεται με την εφαρμογή των παρακάτω κριτηρίων:

Κριτήρια

- Μέση απόλυτη απόκλιση MAD (Mean Absolute Deviation)

$$MAD = \frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n |Y_t - \hat{Y}_t| = \frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n |e_t| \quad \text{όπου } n \text{ το πλήθος περιόδων όπου έγιναν προβλέψεις}$$

- Μέσο σφάλμα τετραγώνου MSE (Mean Squared Error)

$$MSE = \frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t)^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n e_t^2 \quad \text{όπου } n \text{ το πλήθος περιόδων όπου έγιναν προβλέψεις}$$

Απλός Κινητός Μέσος (simple moving average)

Η μέθοδος του απλού κινητού μέσου m -περιόδων χρησιμοποιεί ως πρόβλεψη, την τιμή του αριθμητικού μέσου όρου των m πλέον πρόσφατων παρατηρήσεων της χρονοσειράς. Οι προβλέψεις μιας χρονοσειράς Y_t , για $t = 1, 2, \dots, n$ δημιουργούνται με

την μέθοδο του απλού κινητού μέσου ως εξής: $\hat{Y}_{t+1} = \frac{1}{m} \cdot (Y_t + Y_{t-1} + \dots + Y_{t-m+1})$

π.χ Για $m=3$ η 5^η πρόβλεψη: $\hat{Y}_5 = \frac{Y_4 + Y_3 + Y_2}{3}$

Απλή Εκθετική Εξομάλυνση (simple exponential smoothing)

Ένα μειονέκτημα της μεθόδου του απλού κινητού μέσου m -περιόδων είναι ότι για τον υπολογισμό των προβλέψεων δίνει ίση βαρύτητα σε κάθε παρατήρηση, ανεξάρτητα από το πόσο κοντά ή μακριά βρίσκεται σε σχέση με την προβλεπόμενη περίοδο. Το μειονέκτημα αυτό μπορεί να εξαλειφθεί με τη μέθοδο της απλής εκθετικής εξομάλυνσης. Με τη μέθοδο αυτή δίνεται μεγαλύτερη βαρύτητα στις πιο πρόσφατες παρατηρήσεις, από αυτή που δίνεται στις πιο απομακρυσμένες. Οι προβλέψεις της χρονοσειράς δημιουργούνται ως εξής:

$\hat{Y}_{t+1} = \alpha Y_t + \alpha(1-\alpha)Y_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2 Y_{t-2} + \dots$ όπου η παράμετρος α ονομάζεται σταθερά εξομάλυνσης και λαμβάνει τιμές μεταξύ 0 και 1, $0 \leq \alpha \leq 1$.

Όσο πιο μεγάλη είναι η τιμή της παραμέτρου α , τόσο μεγαλύτερα βαρύτητα δίνεται στις πιο πρόσφατες παρατηρήσεις και πολύ μικρή στις πιο απομακρυσμένες.

Ισοδύναμος τύπος για ασκήσεις

$\hat{Y}_{t+1} = \alpha Y_t + (1-\alpha)\hat{Y}_t$ για $t = 2, 3, \dots, n$ και αρχική συνθήκη $\hat{Y}_2 = Y_1$

Άσκηση: Να καθορίσετε και να ερμηνεύσετε τη μέθοδο του απλού κινητού μέσου 3-περιόδων, της απλής εκθετικής εξομάλυνσης με παράμετρο $\alpha=0.3$, στις ακόλουθες 8 ετήσιες παρατηρήσεις : 130,150,140,150,160,155,170 και 165 να καθορίσετε την πρόβλεψη για την επόμενη περίοδο, χρησιμοποιώντας τα παραπάνω 2 μεθόδους και να επιλέξετε την καλύτερη με βάση το κριτήριο MSE.

Λύση : Κινητός Μέσος:

		Actual	Forecast	e_t	ABS(e_t)	e_t^2
m=αριθμός περιόδων 3	1	130	-			
	2	150	-			
	3	140	-			
n 5	4	150	140,00	10,00	10,00	100,00
	5	160	146,67	13,33	13,33	177,78
	6	155	150,00	5,00	5,00	25,00
	7	170	155,00	15,00	15,00	225,00
	8	165	161,67	3,33	3,33	11,11
	9		163,33			
						MAD
					9,33	107,78

$$\hat{Y}_4 = \frac{Y_3 + Y_2 + Y_1}{3} = \frac{140 + 150 + 130}{3} = 140$$

$$\hat{Y}_5 = \frac{Y_4 + Y_3 + Y_2}{3} = \frac{150 + 140 + 150}{3} = 146,67$$

...

$$\hat{Y}_9 = \frac{Y_8 + Y_7 + Y_6}{3} = \frac{165 + 170 + 155}{3} = 163,33$$

Εκθετική Εξομάλυνση

		Actual	Forecast	e_t	ABS(e_t)	e_t^2
alpha 0,3	1	130				
	2	150	130,00	20,00	20,00	400,00
	3	140	136,00	4,00	4,00	16,00
n 7	4	150	137,20	12,80	12,80	163,84
	5	160	141,04	18,96	18,96	359,48
	6	155	146,73	8,27	8,27	68,43
	7	170	149,21	20,79	20,79	432,24
	8	165	155,45	9,55	9,55	91,27
	9		158,31			
						MAD
					13,48	218,75

$$\hat{Y}_2 = Y_1 = 130$$

$$\hat{Y}_3 = a \cdot Y_2 + (1-a) \hat{Y}_2 = 0.3 \cdot 150 + (1-0.3) \cdot 130 = 136$$

...

$$\hat{Y}_9 = a \cdot Y_8 + (1-a) \hat{Y}_8 = 0.3 \cdot 165 + (1-0.3) \cdot 155,45 = 158,315$$

Επιλέγεται η πρόβλεψη απλού κινητού μέσου $\hat{Y}_9 = 163,3$ καθώς έχει μικρότερο MSE.