

## ΔΔ – Στατιστική 1 – 2024 Σεπτέμβριος – Γουσόπουλος

1. Ασθενείς καταφθάνουν στο τμήμα επείγοντων περιστατικών ενός νοσοκομείου με ρυθμό 4 ασθενείς ανά ώρα.

α) Να υπολογίσετε την πιθανότητα, μέσα σε μια χρονική περίοδο 90 λεπτών, ο αριθμός των ασθενών που καταφθάνουν στο νοσοκομείο να είναι τουλάχιστον 3

β) Ένας ασθενής φθάνει στο πιο πάνω τμήμα στις 11.30 μ.μ.. Να υπολογίσετε την πιθανότητα ο επόμενος ασθενής να φτάσει πριν από τις 11.45 μ.μ.

Απάντηση:

Αρχικά έχουμε μια κατανομή Poisson με  $\lambda=4$  ανά 1 ώρα

α) Εδώ το χρονικό πλαίσιο γίνεται 90 λεπτά άρα  $\lambda = 6$

$$\begin{aligned} P(X \geq 3) &= 1 - P(X < 3) = \\ &= 1 - (P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)) \\ &= 1 - \left( \frac{e^{-6} \cdot 6^0}{0!} + \frac{e^{-6} \cdot 6^1}{1!} + \frac{e^{-6} \cdot 6^2}{2!} \right) \\ &= 1 - 0,062 = \boxed{0,938} \end{aligned}$$

β) Σε αυτό το ερώτημα το χρονικό διάστημα είναι 15 λεπτά άρα  $\lambda=1$  και ζητείται η πιθανότητα για τουλάχιστον μια άφιξη

$$\begin{aligned} P(X \geq 1) &= 1 - P(X < 1) = 1 - P(X=0) \\ &= 1 - \frac{e^{-1} \cdot 1^0}{0!} = 1 - 0,368 = \boxed{0,632} \end{aligned}$$

2. Μια ασφαλιστική εταιρεία έχει ασφαλίσει 4.000 γιατρούς, 8.000 δάσκαλους και 12.000 δικηγόρους. Η πιθανότητα ένας γιατρός, ένας δάσκαλος και ένας δικηγόρος να αποβιώσει πριν τα 58 έτη είναι 0,01, 0,03 και 0,05 αντίστοιχα

α) Να υπολογίσετε την πιθανότητα ένας ασφαλισμένος στην πιο πάνω εταιρεία να αποβιώσει πριν τα 58.

β) Αν ένας από τους ασφαλισμένους της πιο πάνω εταιρείας αποβιώσει πριν τα 58, υπολογίστε την πιθανότητα να είναι γιατρός.

**Απάντηση:**

**Ασυμβίβαστα και συμπληρωματικά :**

A --> γιατροί

B --> δάσκαλοι

Γ --> δικηγόροι

Και καθολικό ενδεχόμενο

E --> να αποβιώσει πριν τα 58 έτη

α) Θεώρημα Ολικής Πιθανότητας

$$\begin{aligned} P(E) &= P(A) \cdot P(E|A) + P(B) \cdot P(E|B) + P(\Gamma) \cdot P(E|\Gamma) \\ &= \frac{4}{24} \cdot 0,01 + \frac{8}{24} \cdot 0,03 + \frac{12}{24} \cdot 0,05 = \boxed{0,0367} \end{aligned}$$

β) Θεώρημα Bayes

$$P(A|E) = \frac{\frac{4}{24} \cdot 0,01}{0,0367} = \boxed{0,045}$$

3. Σε ένα ερευνητικό κέντρο, εργάζονται 5 φυσικοί, 4 μαθηματικοί και 3 χημικοί. Επιλέγουμε τυχαία μια ομάδα 3 επιστημόνων για να συμμετάσχουν σε ένα συνέδριο. Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων :

α) A : στην ομάδα υπάρχει το πολύ 1 χημικός

β) B : στην ομάδα υπάρχει τουλάχιστον 1 μαθηματικός

Απάντηση:

Υπεργεωμετρική Κατανομή

$$α) P(X \leq 1) = P(X=0) + P(X=1)$$

$$\begin{array}{|c|} \hline 3 \times \\ \hline 9 \gamma \\ \hline \end{array} = \frac{\binom{3}{0} \binom{9}{3}}{\binom{12}{3}} + \frac{\binom{3}{1} \binom{9}{2}}{\binom{12}{3}}$$

$$= \frac{84}{220} + \frac{108}{220} = \frac{192}{220}$$

$$β) P(M \geq 1) = 1 - P(M < 1) =$$

$$= 1 - P(M=0) = 1 - \frac{\binom{4}{0} \binom{8}{3}}{\binom{12}{3}}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline 4 M \\ \hline 8 \gamma \\ \hline \end{array}$$

$$= 1 - \frac{56}{220} = \frac{164}{220}$$

4. Σε μια μελέτη μιας ομάδας ανθρώπων (ομάδα Α) ο καρδιακός σφυγμός ηρεμίας σε κτύπους ανά λεπτό κατανέμεται κανονικά με μέση τιμή 80 και τυπική απόκλιση 10.

α) Να υπολογισθεί η πιθανότητα ένα άτομο που επιλέγεται τυχαία από την ομάδα Α να έχει σφυγμό ηρεμίας μεταξύ 75 και 90.

β) Η πιθανότητα ένα άτομο από την ομάδα να έχει καρδιακό σφυγμό μεγαλύτερο από  $k$  είναι 0,1. Να υπολογισθεί το  $k$ .

γ) Ο καρδιακός σφυγμός ηρεμίας σε κτύπους ανά λεπτό για μια άλλη ομάδα ανθρώπων (ομάδα Β) κατανέμεται κανονικά με μέση τιμή 50 και τυπική απόκλιση 10. Το 98% του πληθυσμού των δύο ομάδων βρίσκεται στην ομάδα Α και το υπόλοιπο στην ομάδα Β. Να υπολογισθεί η πιθανότητα ένα άτομο που επιλέγεται τυχαία από τον συνολικό εξετασθέντα πληθυσμό να έχει καρδιακό σφυγμό ηρεμίας μικρότερο του 65.

**Απάντηση:**

$$α) P(75 < X < 90) = P\left(\frac{75-80}{10} < Z < \frac{90-80}{10}\right)$$

$$= P(-0,5 < Z < 1) = \Phi(1) - \Phi(-0,5) =$$

απο πίνακα  $0,1915 + 0,3413 = 0,5328$

$$β) P(X > k) = 0,1 \rightarrow \Phi\left(\frac{k-80}{10}\right) = 0,5 - 0,1$$

$$\rightarrow \Phi\left(\frac{k-80}{10}\right) = 0,4 = \Phi(1,29) \rightarrow$$

$$\frac{k-80}{10} = 1,29 \rightarrow k = 92,9 \text{ σφυγμοί}$$

γ) Θεώρημα Ολικής Πιθανότητας  
Ασυμβίβαστα και Συμπληρωματικά

A --> Ομάδα A

B --> Ομάδα B

Καθολικό ενδεχόμενο

E --> σφυγμοί κάτω απο 65

$$\begin{aligned} P(E) &= P(A) \cdot P(E|A) + P(B) \cdot P(E|B) \\ &= 0,98 \cdot 0,0668 + 0,02 \cdot 0,9332 \\ &= \boxed{0,0841} \end{aligned}$$