

Θέμα 1.

(α) (βαθμός 1). Στον πίνακα δίδεται η κατανομή 20 πετρελαιοπηγών(oil wells) της εταιρείας Crook Oil , ανάλογα με την ημερησία παραγωγή τους(X) σε βαρέλια

Βαρέλια (χιλ.)	Αριθμός πετρελαιοπηγών
3 - < 5	2
5 - 7	5
7 - 9	6
9 - 11	3
11 - 13	4

Να βρεθεί και να ερμηνευθεί το 1^ο τεταρτημόριο της κατανομής.

Απάντηση : $Q_1=6,2$ χιλιάδες βαρέλια

(β) (βαθμός 2) Εστω Y ο αριθμός των υπολογιστών σε μία εταιρεία που παρουσιάζουν βλάβη σε διάστημα ενός έτους με 2 υπολογιστές κατά μέσο όρο ανά έτος Βρείτε την πιθανότητα: (i) σε 1 έτος ένας υπολογιστής να παρουσιάσει βλάβη (ii) σε 1,5 έτος να παρουσιάσουν βλάβη τουλάχιστον 2 υπολογιστές (iii) πόσοι υπολογιστές, κατά μέσο όρο, θα παρουσιάσουν βλάβη σε 18 μήνες;

Απάντηση :

- i) 0,2707
- ii) 0,8008
- iii) 3 υπολογιστές

(γ)(βαθμός 2) Ενα νόμισμα έχει πιθανότητα p να φέρει Κ. Ενας παρατηρητής αναρρίπτει το νόμισμα 6 φορές και παρατηρείται η ακολουθία Γ Γ Γ Γ Γ Κ. Η ακολουθία είναι δυνατόν να ερμηνευθεί ως αποτέλεσμα δύο πειραμάτων τα οποία συνδέονται με δύο διαφορετικές κατανομές. Ποιο πείραμα θα μπορούσε να έχει στο μυαλό του ο παρατηρητής. Ποιές είναι οι δύο κατανομές;(Αιτιολογήστε λεπτομερώς τις απαντήσεις σας)

Απάντηση : Δυωνυμική με $n=6$ και p

Γεωμετρική με πιθανότητα p

Θέμα 2. (α) (βαθμός 1,5) Δίδονται στοιχεία τιμών (p) και ποσοτήτων (q) 3 προϊόντων, κατά τα έτη 2000-2005.

Προϊόν	p ₀₀	p ₀₅	q ₀₅	i)Να υπολογιστεί ο κατάλληλος αριθμοδείκτης τιμών (ποιος); ii)Να υπολογιστεί η μέση ετήσια μεταβολή της αγοραστικής δύναμης του χρήματος (ΑΔΧ) (2000-2005).
A	4	6	5	
B	5	10	7	
Γ	5	12	5	

Απάντηση :

- i) Τιμάριθμος Paasche = 200
- ii) Πενταετής μεταβολή -50% και μέση ετήσια -12,94%

(β) (βαθμός 2,5) Κάθε χρήστης μιας πλατφόρμας ηλεκτρονικής μάθησης (e-learning) πρέπει να επιλέξει ένα τριψήφιο κωδικό πρόσβασης ο οποίος επιλέγεται από ένα σύνολο δύο γραμμάτων και τριών αριθμών (A,B,1,2,3). (i) Αν υποθεθεί ότι τα στοιχεία επιλέγονται τυχαία, με επανάθεση, βρείτε την πιθανότητα ο κώδικος να περιέχει ακριβώς 1 γράμμα. (ii) Το ίδιο ερώτημα χωρίς επανάθεση (iii) Ποιά είναι η πιθανότητα σε τέσσερις χρήστες οι δύο κωδικοί να περιέχουν ακριβώς ένα γράμμα όταν κάθε χρήστης επιλέγει χωρίς επανάθεση; υπόδειξη: χρησιμοποιήστε την απάντηση στο ερώτημα ii).

- i) 54/125
- ii) 36/60
- iii) Δυωνυμική 0,3456

(γ) (βαθμός 1). Έστω X τ.μ. με σ.π. $p(1)=1/2, p(2)=1/4, p(3)=1/8, p(4)=1/8$. Βρείτε την α.σ.κ F(x), της X. Επίσης να βρεθούν i) $P(1 < X \leq 3)$, ii) $P(X > 2)$, iii) $P(X < -32,5)$, iv) $P(X < 100)$.

- i) 3/8
- ii) 2/8
- iii) 0
- iv) 1

Θέμα 3. (α) (βαθμός 2) Στο guichet (γκισέ) μίας δημόσιας υπηρεσίας διατίθενται τρεις τύποι αιτήσεων A_1, A_2 και A_3 η ζήτηση των οποίων ανέρχεται σε ποσοστά 50%, 30% και 20%, αντίστοιχα. Υποθέτουμε ότι η πιθανότητα να γίνει δεκτή (Δ) η A_1 είναι 0,01, η A_2 0,02 και η A_3 0,03. Υπολογίστε: (i) την πιθανότητα μία τυχαία επιλεγμένη αίτηση να γίνει δεκτή. (ii) αν μία αίτηση γίνει δεκτή ποιά είναι η πιθανότητα να είναι η A_1 ;

- i) 0,017
- ii) 0,2941

(β) (βαθμός 1,5) Τα bonus miles (bm), σε χιλιάδες, των επιβατών για την αεροπορική εταιρία Nitemair ακολουθούν μία συμμετρική κατανομή με $\bar{X} = 25$. (i) Να βρεθεί η τυπική απόκλιση (σ), αν γνωρίζουμε ότι κάτω από 15 και πάνω από 35 χιλ. bm αναλογούν συνολικά στο 4,55% των επιβατών. (ii) Αν η εταιρία δωρίσει 1000 μιλια σε κάθε επιβάτη να βρεθεί ο συντελεστής μεταβλητότητας των νέων bm.

- i) $S=5$
- ii) 5/26

(γ) (βαθμός 1,5) Η τυχαία διμεταβλητή (X,Y) έχει από κοινού κατανομή πιθανότητας: $p(5,2)=0,2, p(5,4)=0, p(5,6)=0, p(10,2)=0, p(10,4)=0,3, p(10,6)=0,5$. (i) Να βρεθούν οι δεσμευμένες πιθανότητες $P(X = 10 | Y = 4)$ και $P(Y = 6 | X = 10)$ (ii) Να βρεθεί η διακύμανση της συνάρτησης $H = XY - 2$.

Απάντηση :

$$P(X=10 | Y=4) = \frac{0,3}{0,3}$$

$$P(Y=6 | X=10) = \frac{0,5}{0,8}$$

H	5	10	50
P	0,2	0,3	0,5

$$V(H) = E(H^2) - [E(H)]^2$$

o o o