

Μέρος Α: Να απαντήσετε σε 4 από τις 6 ερωτήσεις που ακολουθούν (50%)

1. Ένας μονοπωλητής πραγματοποιεί διάκριση τιμών τρίτου βαθμού μεταξύ δύο ομάδων καταναλωτών. Η ελαστικότητα ζήτησης του αγαθού ως προς την τιμή είναι ίση με -3 στην πρώτη ομάδα ενώ στη δεύτερη ομάδα είναι ίση με -1,2. Σε ποια ομάδα θα χρεώσει υψηλότερη τιμή ο μονοπωλητής και γιατί;

Απάντηση: Στην 2^η ομάδα που είναι πιο ανελαστική.

Μνημονικός κανόνας : Ο πιο ανελαστικός πληρώνει την νύφη, είτε έχει να κάνει με φορολόγηση είτε με διαφορισμό τιμής όπως εδώ.

- **Θεωρητικό Ερώτημα :** Σε ποια από τις 2 αγορές ο μονοπωλητής θα ορίσει υψηλότερη τιμή ?

Απάντηση : Στην αγορά που είναι λιγότερο ελαστική δηλαδή εκεί όπου οι καταναλωτές αντιδρούν λιγότερο στις μεταβολές της τιμής.

Απόδειξη : Ισχύει ότι

$$MR_1 = MC \Rightarrow P_1 \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_1} \right) = MC$$

$$MR_2 = MC \Rightarrow P_2 \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_2} \right) = MC$$

$$\text{Άρα } MR_1 = MR_2 \Rightarrow$$

$$\boxed{P_1 \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_1} \right) = P_2 \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_2} \right)}$$

$$P_1 > P_2 \Rightarrow \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_1} \right) < \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\varepsilon_1} < \frac{1}{\varepsilon_2} \Rightarrow \varepsilon_1 > \varepsilon_2$$

λιγότερο ελαστική

2. «Στην τέλεια διάκριση τιμών του μονοπωλίου υπάρχει απώλεια κοινωνικής ευημερίας (πλεονάσματος).» Σωστό ή λάθος. Εξηγήστε.

Λάθος - Στην διάκριση τιμών 1^{ου} βαθμού δηλαδή όταν ο μονοπωλητής χρεώνει σε κάθε καταναλωτή την τιμή επιφύλαξης του (μέγιστη τιμή που είναι πρόθυμος να πληρώσει) δεν δημιουργείται απώλεια ευημερίας.

Η επιχείρηση αποκομίζει σαν κέρδος όλο το πλεόνασμα δηλαδή τα μέγιστα δυνατά κέρδη. Ο μονοπωλητής παράγει την κοινωνικά άριστη ποσότητα, όπως στον τέλει ανταγωνισμό με συνθήκη επίσης $P=MC$. Δεν έχουμε DL και πρόκειται για **αποτελεσματική** (κατά Pareto) **κατανομή**.

3. Να δειχθεί αναλυτικά ότι ένας μονοπωλητής ο οποίος μεγιστοποιεί το κέρδος του θα χρεώσει τιμή $P = \frac{MC}{1 + \frac{1}{E}}$, όπου MC είναι το οριακό κόστος παραγωγής του αγαθού και E είναι η ελαστικότητα ζήτησης του αγαθού ως προς την τιμή του.

Σχέση Ελαστικότητας-Τιμής

Άσκηση 7. Να αποδειχθεί η σχέση $P = \frac{MC}{1 + \frac{1}{\varepsilon}}$ για μονοπώλιο που μεγιστοποιεί το κέρδος του

Λύση: $MR = TR' = \frac{d(P \cdot Q)}{dQ} = \frac{dP}{dQ} \cdot Q + P = P \left(\frac{dP}{dQ} \cdot \frac{Q}{P} + 1 \right) = P \left(\frac{1}{\varepsilon} + 1 \right)$

Επίσης για μέγιστο κέρδος $MR=MC$ άρα $P \left(1 + \frac{1}{\varepsilon} \right) = MC \Rightarrow P = \frac{MC}{1 + \frac{1}{\varepsilon}}$ ή $MC = P \left(1 + \frac{1}{\varepsilon} \right)$

4. Δύο επιχειρήσεις παίζουν το ακόλουθο παίγνιο:

		Επιχ. 2	
		A	B
Επιχ. 1	A	8, 8	5, 2
	B	1, 1	4, 4

Εξηγήστε αν οι επιχειρήσεις έχουν κυρίαρχες στρατηγικές. Ποιες είναι οι ισορροπίες Nash του παιγνίου. Εξηγήστε.

Απάντηση:

Για την επιχείρηση 1 η στρατηγική A είναι κυρίαρχη της στρατηγικής B γιατί για οποιαδήποτε επιλογή της επιχείρησης 2 για την επιχείρηση 1 η στρατηγική A δίνει καλύτερη απόδοση - $8 > 1$ και $5 > 4$.

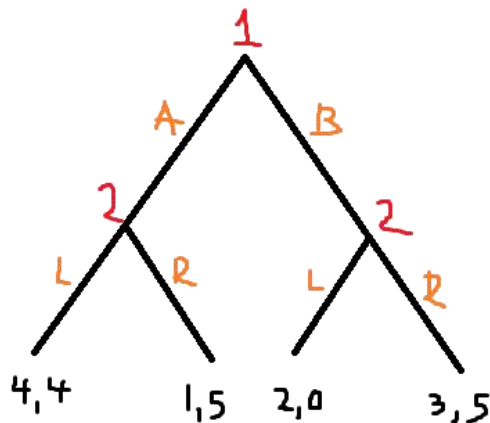
Άρα η στρατηγική B της επιχείρησης 1 είναι κυριαρχούμενη και διαγράφεται.

		Επιχ. 2	
		A	B
Επιχ. 1	A	8, 8	5, 2

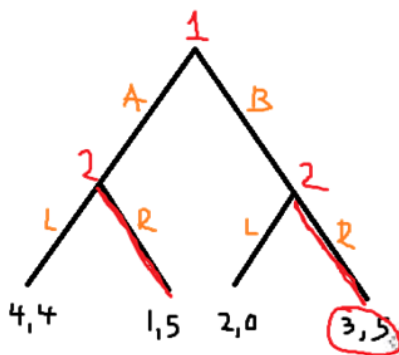
Για την επιχείρηση 2 τώρα, η στρατηγική A είναι κυρίαρχη της B καθώς $8 > 2$ άρα η κυριαρχούμενη στρατηγική B διαγράφεται και προκύπτει η ισορροπία NASH του παιγνίου (A,A) - (8,8)

Σημείωση : Η NE είναι εδώ και κατά Pareto αποτελεσματική.

5. Δίνεται το ακόλουθο δυναμικό παίγνιο πλήρους πληροφόρησης σε εκτεταμένη μορφή (δένδρο παιγνίου). Να γραφούν τα σετ στρατηγικών των παικτών 1 και 2. Να βρεθεί η ισορροπία Nash τέλεια κατά υποπαίγνιο (SPNE). Εξηγήστε.



Απάντηση



Σετ στρατηγικών
 $S_1 = \{A, B\}$
 $S_2 = \{LL, LR, RL, RR\}$

- Ο παίκτης 1 επιλέγει A τότε ο παίκτης 2 επιλέγει R καθώς $5 > 4$ άρα ο παίκτης 1 κερδίζει 1 ισορροπία (1,5)
- Ο παίκτης 1 επιλέγει B τότε ο παίκτης 2 επιλέγει R καθώς $5 > 0$ άρα ο παίκτης 1 κερδίζει 3 ισορροπία (3,5)

Συνεπώς ο παίκτης 1 θα επιλέγει B καθώς $3 > 1$

Άρα SPNE είναι (B, RR) και θα ισορροπεί στο (3,5)

6. Σε μια ανταλλακτική οικονομία υπάρχουν δύο καταναλωτές 1 και 2 και δύο αγαθά x_1 και x_2 . Οι προτιμήσεις των 1 και 2 επάνω στα x_1 και x_2 αναπαριστούνται από τις συναρτήσεις χρησιμότητας $u_1(x_{11}, x_{21}) = x_{11}^2 x_{21}$ και $u_2(x_{12}, x_{22}) = x_{12} x_{22}$, αντίστοιχα. Το συνολικό απόθεμα από κάθε αγαθό είναι 7 μονάδες. Να απαντήσετε ποιες από τις ακόλουθες τρεις κατανομές $[(x_{11}, x_{21}), (x_{12}, x_{22})]$ είναι άριστες κατά Pareto:

- α) $[(3, 5), (4, 2)]$
- β) $[(6, 3), (3, 3)]$
- γ) $[(4, 2.8), (3, 4.2)]$

Για να είναι μια κατανομή άριστη κατά Pareto πρέπει να ισχύουν ταυτόχρονα 2 προϋποθέσεις

- 1) Να εξαντλείται το συνολικό απόθεμα σε κάθε αγαθό
- 2) Να είναι ίσοι οι οριακοί λόγοι υποκατάστασης – OLY-MRS

$$MRS_1 = \frac{2x_{21}}{x_{11}}, \quad MRS_2 = \frac{x_{22}}{x_{12}}$$

$$α) 3 + 4 = 7 \quad \checkmark \quad 5 + 2 = 7 \quad \checkmark$$

$$MRS_1 | (3, 5) = \frac{10}{3} \neq MRS_2 | (4, 2) = \frac{2}{4}$$

αρα όχι Pareto Optimum

$$β) 6 + 3 = 9 \neq 7 \quad \text{οχι P.O.}$$

$$γ) 4 + 3 = 7 \quad \checkmark \quad 2,8 + 4,2 = 7 \quad \checkmark$$

$$MRS_1 | (4, 2,8) = \frac{5,6}{4} = MRS_2 | (2, 4,2) = \frac{4,2}{3}$$

αρα ικανοποιούνται ΚΑΙ οι 2 προϋποθέσεις και συνεπώς η κατανομή είναι P.O.

Μέρος Β: Να λύσετε και τις δύο ασκήσεις που ακολουθούν (50%)

Θέμα 1: Έστω δυοπώλιο με αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης $p=100-2Q$, όπου Q η συνολική ποσότητα στην αγορά που παράγουν και οι δυο επιχειρήσεις μαζί. Και οι δύο επιχειρήσεις αντιμετωπίζουν οριακό κόστος παραγωγής ίσο με 10 . $= MC$

(α) Έστω ότι οι δυο επιχειρήσεις επιλέγουν ταυτόχρονα την ποσότητα του προϊόντος που παράγουν. Σε ποιο υπόδειγμα αναφερόμαστε και γιατί; Ποια είναι η ποσότητα ισορροπίας κάθε επιχείρησης στην αγορά αυτή και ποια η τιμή;

(β) Έστω τώρα ότι οι επιχειρήσεις επιλέγουν ταυτόχρονα την τιμή του προϊόντος τους. Σε ποιο υπόδειγμα αναφερόμαστε και γιατί; Ποια είναι η τιμή που επιλέγει η κάθε επιχείρηση; Σε ποιο από τα δύο υποδείγματα η τιμή είναι χαμηλότερη;

Απάντηση :

α) Η έκφραση "επιλέγουν ταυτόχρονα ποσότητες" παραπέμπει σε δυοπώλιο Cournot

Ευρεση συναρτήσεων αντίδρασης από μεγιστοποίηση κερδών.

$$\textcircled{A} \quad \Pi_A = TR_A - TC_A = P \cdot Q_A - 10 Q_A$$
$$\Pi_A = (100 - 2(Q_A + Q_B)) \cdot Q_A - 10 Q_A$$
$$\Pi_A = 90 Q_A - 2 Q_A^2 - 2 Q_A Q_B$$

$$\textcircled{RFA} \quad \frac{\partial \Pi_A}{\partial Q_A} = 0 \rightarrow 90 - 4 Q_A - 2 Q_B = 0$$
$$\rightarrow Q_A = 22,5 - \frac{1}{2} Q_B \quad \textcircled{1}$$

$$\textcircled{B} \quad \Pi_B = \dots = 90 Q_B - 2 Q_B^2 - 2 Q_A Q_B$$

$$\textcircled{RFB} \quad \frac{\partial \Pi_B}{\partial Q_B} = 0 \rightarrow \dots \rightarrow Q_B = 22,5 - \frac{1}{2} Q_A \quad \textcircled{2}$$

Από το σύστημα των 2 Reaction Function (1)-(2) βρίσκουμε:

$$Q_A = Q_B = 15$$

αναμενόμενο καθώς είναι
συμμετρικές ως προς το κόστος

Εύρεση τιμής της αγοράς από την συνάρτηση ζήτησης :

$$P = 100 - 2 \cdot (15 + 15) = 40 \text{ €}$$

β) Η έκφραση "επιλέγουν ταυτόχρονα την τιμή του προϊόντος" παραπέμπει σε δυοπώλιο Bertrand.

Μακροπρόθεσμα ο πόλεμος τιμών οδηγεί σε τιμολογήση στο οριακό κόστος $P=MC$ άρα και οι 2 επιχειρήσεις θα έχουν τιμή $P=10$

Άρα το υπόδειγμα Bertrand η τιμή είναι χαμηλότερη σε σχέση με το υπόδειγμα Cournot, $10€ < 40€$

Extra ΕΡΩΤΗΜΑ :

Αν οι 2 επιχειρήσεις επιλέγαν ΔΙΑΔΟΧΙΚΑ ποσότητες με την επιχείρηση Α να προηγείται (ηγέτης - υπόδειγμα Stackelberg). Ποιά θα ήταν η ισορροπία στην αγορά?

Αντικαθιστούμε την συνάρτηση αντίδρασης του ακολούθου (B) στην συνάρτηση κερδών του ηγέτη (A)

$$\Pi_A \text{ με δεδομένο ότι } Q_B = 22,5 - \frac{1}{2}Q_A \quad (2)$$

$$\Pi_A = 90Q_A - 2Q_A^2 - 2Q_A \cdot (22,5 - \frac{1}{2}Q_A)$$

$$\Pi_A = 45Q_A - Q_A^2$$

$$\text{f.o.c. } \frac{d\Pi_A}{dQ_A} = 0 \rightarrow 45 - 2Q_A = 0 \rightarrow Q_A = 22,5$$

$$(2) \rightarrow Q_B = 22,5 - \frac{1}{2} \cdot 22,5 = 11,25$$

Άρα πλέον η συνολική ποσότητα είναι $22,5 + 11,25 = 33,75$

$$\text{Σε τιμή } P = 100 - 2 \cdot 33,75 = 32,5 \text{ €}$$

Θέμα 2: Έστω ανταλλακτική οικονομία δύο ατόμων, Α και Β, και δύο αγαθών, x και y, με τα ακόλουθα δεδομένα. Συνάρτησεις χρησιμότητας: $U_A(x_A, y_A) = x_A y_A$, $U_B(x_B, y_B) = 2 \ln x_B + \ln y_B$. Αρχική κατανομή: $w_A = (50, 100)$, $w_B = (50, 200)$.

(α) Είναι η αρχική κατανομή αποτελεσματική κατά Παρέτο; Εξηγείστε.

(β) Ποιο είναι το σύνολο των σημείων τα οποία περιγράφουν τον πυρήνα της συγκεκριμένης ανταλλακτικής οικονομίας;

Απάντηση :

α)

$$MRS_A = \frac{y_A}{x_A} \Big|_{(50, 100)} = \frac{100}{50} = 2$$

$$MRS_B = \frac{2 y_B}{x_B} \Big|_{(50, 200)} = \frac{2 \cdot 200}{50} = 8$$

Αφού στην αρχική κατανομή δεν είναι ίσοι οι οριακοί λόγοι υποκατάστασης, ΔΕΝ είναι αποτελεσματική κατά Pareto, δηλαδή δεν ανήκει στην ΚΑΣ.

β)

$$ΚΑΣ \quad \gamma_A = \frac{600 x_A}{100 + x_A}$$

Ο πυρήνας περιέχει τα στοιχεία της ΚΑΣ για τα οποία και οι 2 χρησιμότητες είναι αυξημένες σε σχέση με την αρχική κατανομή.

$$U_A^w = 50 \cdot 100 = 5000$$

$$U_B^w = 2 \ln 50 + \ln 200 = 13,12$$

αρα ο πυρήνας είναι το σύνολο των κατανομών που ικανοποιούν ταυτόχρονα τις εξής 3 σχέσεις

$$\textcircled{1} \quad \gamma_A = \frac{600 x_A}{100 + x_A}$$

$$\textcircled{2} \quad x_A \cdot \gamma_A > 5000$$

$$\textcircled{3} \quad 2 \ln x_B + \ln \gamma_B > 13,12$$