

Θεωρία 1:

- i) Ένας χημικός ενδιαφέρεται να μετρήσει την επίδραση της ουσίας A στην τιμή ενός συγκεκριμένου χαρακτηριστικού προϊόντος X. Από το πείραμα που κάνει έχει τις τιμές για το χαρακτηριστικό σε τέσσερα επιλεγμένα επίπεδα της ουσίας A. Ποιο μοντέλο είναι κατάλληλο για την παραπάνω λύση;
- ii) Ο χημικός υποπτεύεται ότι η θερμοκρασία επηρεάζει το πείραμα. Επιλέγει τέσσερα διαφορετικά επίπεδα θερμοκρασίας και επαναλαμβάνει το πείραμα. Ποιο μοντέλο είναι κατάλληλο;
- iii) Αν στο ερώτημα ii) εφαρμόζατε τυχαιοποίηση (κατά block) σε κάθε επίπεδο θερμοκρασίας, θα άλλαζε κάτι στην ανάλυση;
- iv) Έστω ότι η θερμοκρασία είναι ένας παράγοντας που είναι δυνατόν να εκτιμηθεί αλλά δεν είναι υπό έλεγχο. Πώς θα αναλύατε τα δεδομένα;
- v) Αν θεωρήσουμε ότι ο χημικός υποπτεύεται ότι η τιμή του χαρακτηριστικού επηρεάζεται από ακόμα τρεις παράγοντες, επιπλέον της ουσίας A και της θερμοκρασίας, οι οποίοι εξετάζονται σε δύο επίπεδα. Μετά από συζητήσεις, αλλά και από παρατηρήσεις που έγιναν, ο υπεύθυνος κατέληξε ότι η θερμοκρασία όπως και η ουσία A θα πρέπει να ελεγχθούν σε δύο επίπεδα. Ο εργοδότης ζήτησε να γίνει μία επανάληψη σε κάθε περίπτωση. Πώς θα αναλύατε τα δεδομένα ;

Απάντηση:

- i) Ανάλυση διακύμανσης κατά ένα παράγοντα, με τον παράγοντα ουσία A σε 4 στάθμες.
- ii) Παραγοντικός σχεδιασμός με 2 παράγοντες (factorial), ουσία A και θερμοκρασία
- iii) Δεν θα λαμβάναμε υπόψη την ύπαρξη αλληλεπίδρασης
- iv) Ανάλυση συνδιακύμανσης
- v) Με έναν 2^5 παραγοντικό σχεδιασμό. Δεδομένου ότι έχουμε μόνο μία επανάληψη, θα αναζητήσουμε αμελητέες αλληλεπιδράσεις ώστε να τις απομακρύνουμε από το μοντέλο. Κάνουμε NPP με όλες τις επιδράσεις και κρατάμε στο μοντέλο μόνο τους παράγοντες εκείνους που οι επιδράσεις τους απέχουν σημαντικά από την κεντρική γραμμή. Εάν εξάγουμε το συμπέρασμα ότι η επίδραση ενός κύριου παράγοντα είναι αμελητέα, μπορούμε να τον αγνοήσουμε και τότε το πείραμα γίνεται 2^4 με δύο επαναλήψεις, οπότε η ανάλυση αποκτά περισσότερη ισχύ.

Θεωρία 2: Να εξηγήσετε το λόγο για τον οποίο εφαρμόζουμε τη διαδικασία της ανάλυσης διακύμανσης και όχι του ελέγχου υποθέσεων.

Απάντηση: Η χρήση ελέγχου διαφοράς μέσων δεν είναι αποδοτική διότι μειώνεται η πιθανότητα ορθής απόφασης. Πράγματι κάθε έλεγχος σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,05$ δίνει ορθό αποτέλεσμα με πιθανότητα 95%. Άρα για έναν παράγοντα με k στάθμες η πιθανότητα ορθής

απόφασης και στους $\binom{k}{2}$ συνδυασμούς ανα 2 των k μέσων γίνεται : $0,95^{\binom{k}{2}} < 0,95$

Θεωρία 3: Να συμπληρωθεί ο πίνακας :

Πηγή	SS	Df	MS	F	F(σύγκριση)
A	64.252				
B	209.893		104.946		
A*B	101.966				
Λάθος		27			
Σύνολο	381.535	35			

Απάντηση:

Πηγή	SS	Df	MS	F	F(σύγκριση)
A	64.252	3-1=2	32.126	165,6	$F_{a-1,a-b(n-1),\varepsilon,\sigma} = F_{2,27,0,05}$
B	209.893	2	104.946	540,9	$F_{b-1,a-b(n-1),\varepsilon,\sigma} = F_{2,27,0,05}$
A*B	101.966	2*2=4	25.491	131,4	$F_{(a-1)(b-1),a-b(n-1),\varepsilon,\sigma} = F_{4,27,0,05}$
Λάθος	5.242	27	194		
Σύνολο	381.535	35			

Άσκηση: Σε ένα πείραμα ελέγχθηκε η επίδραση της αϋπνίας στην αυτοσυγκέντρωση. Στο πείραμα έλαβαν μέρος 12 γυναίκες και 12 άνδρες. Τα υποκείμενα έμειναν άπυνα είτε για 12 είτε για 24 είτε για 36 ώρες με τέτοιο τρόπο ώστε σε κάθε συνδυασμό επιπέδων των παραγόντων φύλο και ώρες αϋπνίας να έχουμε συνολικά 4 επαναλήψεις. Μετρήθηκε ο χρόνος αντίδρασης των υποκειμένων σε κάποιο έργο. Τα δεδομένα δίνονται παρακάτω :

Ώρες αϋπνίας			
	12	24	36
Γυναίκες	20 20 18 19	21 20 21 22	25 23 22 23
Άνδρες	20 19 20 18	21 22 23 22	25 28 26 27

α) Ελέγξτε για την ύπαρξη αλληλεπίδρασης καθώς και κυρίων επιδράσεων των δυο παραγόντων. Να ερμηνευθεί η αλληλεπίδραση φύλου και ωρών αϋπνίας παραθέτοντας τους κατάλληλους μέσους όρους.

β) Θεωρήστε τα δύο contrasts ορθογώνιων πολυωνύμων για τις ώρες αϋπνίας.

	ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ		
Γραμμικό	-1	0	1
Τετραγωνικό	1	-2	1

β1) Προτείνετε ένα contrast για την αναπαράσταση της κύριας επίδρασης του παράγοντα φύλο.

β2) Με την βοήθεια των contrasts που έχουν οριστεί για τους παράγοντες, ερευνήστε την αλληλεπίδραση των δυο παραγόντων σπάζοντας το άθροισμα τετραγώνων για την αλληλεπίδραση στο άθροισμα των αθροισμάτων τετραγώνων κατάλληλα ορισμένων contrasts.

β3) Να σχολιαστούν τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τις ενέργειες σας στο ερώτημα β2 και να συγκριθούν με τα συμπεράσματα του ερωτήματος α. του ίδιου θέματος.

Απάντηση:

Φύλο	Ώρες Αϋπνίας								$Y_{i..}$	
	12		24		36					
Γυναίκες	20	20	77	21	20	84	25	23	93	254
	18	19		21	22		22	23		
Άντρες	20	19	77	21	22	88	25	28	106	271
	20	18		23	22		26	27		
$Y_{.j.}$	154			172			199			$Y_{...}$ =525

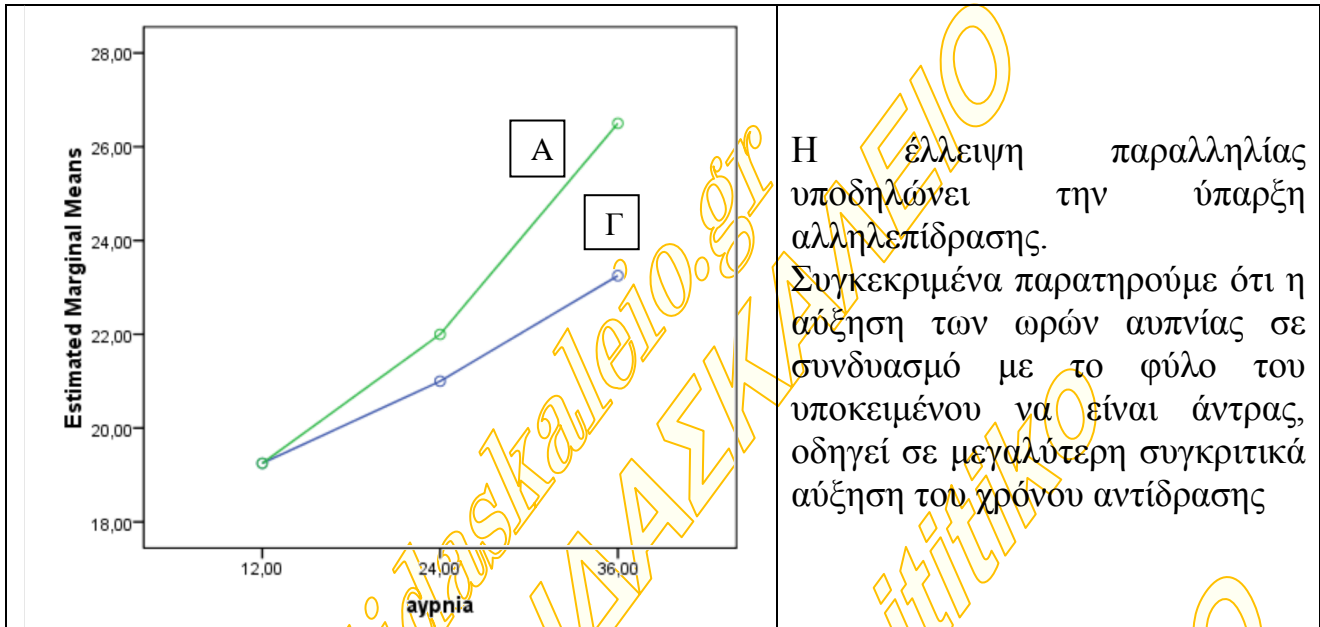
$\alpha=2, b=3, n=4$

$SST = 170,62, SSA = 12,042, SSB = 128,25, SSAB = 11,083, SSE = 19,25$

$F_{\text{φύλο}} = 11,26 \quad F_{\text{αυπνία}} = 59,96 \quad F_{\text{interaction}} = 5,18$ όλα στατιστικά σημαντικά ($\alpha=5\%$)

Σύγκριση μέσω

	12 ώρες	24 ώρες	36 ώρες
Γυναίκες	$\bar{y}_{11.} = \frac{77}{4} = 19,25$	$\bar{y}_{12.} = \frac{84}{4} = 21$	$\bar{y}_{13.} = \frac{93}{4} = 23,25$
Άντρες	$\bar{y}_{21.} = \frac{77}{4} = 19,25$	$\bar{y}_{22.} = \frac{88}{4} = 22$	$\bar{y}_{23.} = \frac{106}{4} = 26,5$



β1) Δεδομένου ότι ο παράγοντας φύλο έχει 2 επίπεδα το κατάλληλο contrast είναι:

	Συντελεστές
Γυναίκες	1
Άντρες	-1

β2) Συνδυάζοντας τα contrasts κατασκευάζουμε $(a-1)(b-1)=1*2=2$ contrasts

		12	24	36
	Φύλο	-1	0	1
Γυναίκες	1	-1	0	1
Άντρες	-1	1	0	-1

		12	24	36
	Φύλο	1	-2	1
Γυναίκες	1	1	-2	1
Άντρες	-1	-1	2	-1

$$SSC_{\text{Γραμμικό}} = \frac{(-19,25 + 23,25 + 19,25 - 26,5)^2}{(-1)^2 + 1^2 + 1^2 + (-1)^2} = \frac{(-3,25)^2}{4} = 10,56 \rightarrow F_1 = \frac{SSC_{\text{Γραμμικό}}}{MSE} = \frac{10,56}{1,069} = 9,88$$

$$SSC_{\text{Τετρ.}} = \frac{(19,25 - 2 \cdot 21 + 23,25 - 19,25 + 2 \cdot 22 - 26,5)^2}{1^2 + (-2)^2 + 1^2 + (-1)^2 + 2^2 + (-1)^2} = \frac{(-1,25)^2}{4} = 0,52 \rightarrow F_2 = \frac{SSC_{\text{Τετρ.}}}{MSE} = \frac{0,52}{1,069} = 0,487$$

επειδή $F_{1,18,0.05} = 4,41$ συμπεραίνουμε ότι η αλληλεπίδραση έχει γραμμική μορφή.

β3) Και στα 2 ερωτήματα η αλληλεπίδραση είναι στατιστικά σημαντική.